

**PENENTUAN PROBABILITAS ABSORPSI DAN EKSPEKTASI  
DURASI PADA MASALAH KEBANGKRUTAN PENJUDI**



oleh

ADITYA CANDRA LAKSMANA

M0113001

SKRIPSI

ditulis dan diajukan untuk memenuhi sebagian persyaratan  
memperoleh gelar Sarjana Sains Matematika

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA**

**2017**

**PENENTUAN PROBABILITAS ABSORPSI DAN EKSPEKTASI  
DURASI PADA MASALAH KEBANGKRUTAN PENJUDI**

SKRIPSI

ADITYA CANDRA LAKSMANA

NIM. M0113001

dibimbing oleh

Pembimbing I



Dra. Respatiwan, M.Si.

NIP. 19680611 199302 2 001





Pembimbing II



Ririn Setiyowati, S.Si., M.Sc.


NIP. 19890924 2016 1 001

telah dipertahankan di hadapan Dewan Penguji  
dan dinyatakan telah memenuhi syarat  
pada hari Rabu, tanggal 17 Mei 2017

Jabatan	Nama dan NIP	Tanda Tangan	Tanggal
Ketua	Dr. Hasih Pratiwi, M.Si. NIP. 19700228 199512 2 001		30-05-2017
Sekretaris	Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si. NIP. 19681110 199512 1 001		30-05-2017
Penguji I	Dra. Respatiwan, M.Si. NIP. 19680611 199302 2 001		30-05-2017
Penguji II	Ririn Setiyowati, S.Si., M.Sc. NIP. 19890924 2016 1 001		30-05-2017

Disahkan  
di Surakarta pada tanggal **31 MAY 2017**

Kepala Program Studi Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Sebelas Maret Surakarta

  
Supriyadi Wibowo, S.Si., M.Si.  
NIP. 19681110 199512 1 001

## PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **PENENTUAN PROBABILITAS ABSORPSI DAN EKSPEKTASI DURASI PADA MASALAH KEBANGKRUTAN PENJUDI** belum pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan pada suatu perguruan tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga belum pernah ditulis atau dipublikasikan oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Surakarta, Mei 2017

A handwritten signature in black ink, featuring a stylized 'A' and 'L' with the initials 'ACL' written below it.

Aditya Candra Laksana

# ABSTRAK

Aditya Candra Laksmiana, 2017. PENENTUAN PROBABILITAS ABSORPSI DAN EKSPEKTASI DURASI PADA MASALAH KEBANGKRUTAN PENJU-  
DI. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Sebelas Ma-  
ret.

Masalah kebangkrutan penjudi merupakan kejadian yang menjelaskan probabilitas seorang penjudi kehilangan seluruh modal yang dimiliki. Perubahan modal dari setiap permainan judi merupakan kejadian *random* dan diamati berdasarkan waktu. Oleh karena itu, hal ini dapat dipandang sebagai proses stokastik. Probabilitas penjudi memperoleh atau kehilangan seluruh total modal disebut probabilitas absorpsi, dan nilai harapan dari banyaknya permainan sampai penjudi menang total atau bangkrut disebut ekspektasi durasi.

Pada masalah kebangkrutan penjudi, untuk menentukan probabilitas absorpsi dan ekspektasi durasi diperoleh dari penurunan persamaan *difference*. Persamaan *difference* menyatakan hubungan kenaikan dan penurunan modal dengan probabilitas menang dan kalah, yang diselesaikan dengan menentukan nilai persamaan karakteristik. Selanjutnya, nilai persamaan karakteristik digunakan untuk menentukan solusi umum. Dari solusi umum, dengan memberikan kondisi batas diperoleh solusi khusus dari persamaan *difference*.

Tujuan penelitian ini adalah menentukan probabilitas absorpsi dan ekspektasi durasi pada masalah kebangkrutan penjudi. Probabilitas absorpsi dan ekspektasi durasi dipengaruhi oleh nilai probabilitas menang, probabilitas kalah, modal awal, dan modal total yang dimiliki penjudi. Pada penerapan kasus diberikan modal awal 50 dan modal total 100 dengan probabilitas menang dan kalah berbeda serta probabilitas menang dan kalah sama.

**Kata kunci:** kebangkrutan penjudi, probabilitas absorpsi, ekspektasi durasi, persamaan *difference*.

# ABSTRACT

Aditya Candra Laksana, 2017. DETERMINING ABSORPTION PROBABILITY AND EXPECTED DURATION IN THE GAMBLER'S RUIN PROBLEM. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Universitas Sebelas Maret.

The gambler's ruin problem is an event that describes the probability a gambler will lose all his capital. The gambler's capital change is a random event and it is observed under certain time. Thus it follows a stochastic process. The gambler's probability in gaining or losing the total of capital is called absorption probability and the expected value of the number of games until the gambler ruins or wins is called expected duration.

In the terms of gambler's ruin problem, the difference equation is used to determine the absorption probability and the expected duration. The difference equation described as relation between increasing and decreasing capital with winning or losing probability, determined by finding the value of characteristic equation. Then, the value of characteristic equation is used to determining the general solution. From the general solution, it can get the particular solution by giving the boundary conditions of the difference equation.

The aims of this research are to determine the absorption probability and to find the expected duration in the gambler's ruin problem. The absorption probability and expected duration are influenced by the winning probability, losing probability, initial capital, and total capital. In the case example, 50 initial capital and 100 total capital which is given different winning and losing probabilities, and also same winning and losing probability.

**Keywords:** *gambler's ruin, absorption probability, expected duration, difference equation.*

# MOTO

1. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain. Dan hanya kepada Tuhan-mulah hendaknya kamu berharap (QS. Al-Insyirah,6-8).
2. Tidak ada perjuangan dan usaha yang sia-sia, karena setiap lelah dan keringat yang ada sudah terbayarkan dengan nikmat yang telah diberikan. Selanjutnya, hasil yang indah adalah bonus yang diterima dari semua perjuangan dan usaha yang telah dilakukan (Aditya Candra Laksmiana).

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini dipersembahkan untuk ibu, bapak, adik serta sahabat atas segala doa dan semangat yang telah diberikan selama ini.

# KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Segala puji dan syukur dipanjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, motivasi, serta bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Dra. Respatiwan, M. Si. sebagai Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, saran, dan motivasi selama proses penyusunan skripsi,
2. Ririn Setiyowati, S.Si., M.Sc. sebagai Pembimbing II yang telah memberikan pengarahan, bimbingan, dan saran selama proses penyusunan skripsi,
3. Dwi Ardian Syah atas kerja sama, saran, dan dukungan yang diberikan dalam pengerjaan skripsi, dan
4. seluruh pihak yang telah membantu dalam kelancaran skripsi ini.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pihak yang memerlukan.

Surakarta, Mei 2017

Penulis



# DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
PENGESAHAN . . . . .	ii
PERNYATAAN . . . . .	iii
ABSTRAK . . . . .	iv
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	v
MOTO . . . . .	vi
PERSEMBAHAN . . . . .	vii
KATA PENGANTAR . . . . .	viii
DAFTAR ISI . . . . .	x
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xi
DAFTAR NOTASI . . . . .	xii
<b>I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Perumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	2
1.4 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>II LANDASAN TEORI</b>	<b>4</b>
2.1 Tinjauan Pustaka . . . . .	4
2.2 Teori Penunjang . . . . .	5
2.2.1 Rantai Markov Waktu Diskrit . . . . .	5
2.2.2 Probabilitas Transisi . . . . .	6
2.2.3 Persamaan <i>Difference</i> pada Kebangkrutan Penjudi . . . . .	7

2.3 Kerangka Pemikiran . . . . .	11
<b>III METODE PENELITIAN</b>	<b>12</b>
<b>IV PEMBAHASAN</b>	<b>13</b>
4.1 Penurunan Persamaan <i>Difference</i> . . . . .	13
4.2 Penentuan Nilai Persamaan Karakteristik . . . . .	15
4.3 Penentuan Probabilitas Absorpsi . . . . .	17
4.4 Penentuan Ekspektasi Durasi . . . . .	20
4.5 Penerapan Kasus . . . . .	24
4.5.1 Kasus $p \neq q$ . . . . .	24
4.5.2 Kasus $p=q$ . . . . .	26
<b>V PENUTUP</b>	<b>28</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	28
5.2 Saran . . . . .	28
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>29</b>

## DAFTAR GAMBAR

4.1	Perubahan modal setiap permainan untuk $p \neq q$ . . . . .	25
4.2	Perubahan modal setiap permainan untuk $p = q$ . . . . .	27

## DAFTAR NOTASI

$k$	: modal awal penjudi
$N$	: modal total penjudi
$p$	: probabilitas menang
$q$	: probabilitas kalah
$a_k$	: probabilitas absorpsi bangkrut dengan modal awal $k$
$b_k$	: probabilitas absorpsi menang total dengan modal awal $k$
$a_{kn}$	: probabilitas absorpsi bangkrut permainan ke- $n$ dengan modal awal $k$
$b_{kn}$	: probabilitas absorpsi menang total permainan ke- $n$ dengan modal awal $k$
$\tau_k$	: ekspektasi durasi dari banyaknya permainan dengan modal awal $k$
$\lambda$	: nilai persamaan karakteristik
$n$	: permainan ke- $n$
$X_n$	: variabel <i>random</i> dari modal ke- $n$ , untuk $n=0,1,\dots,N$
$S$	: ruang sampel variabel <i>random</i>
$s$	: anggota ruang sampel variabel <i>random</i>
$T$	: himpunan indeks yang menyatakan waktu
$i$	: <i>state</i> ketika modal sebesar $i$
$j$	: <i>state</i> ketika modal sebesar $j$
$p_{ji}$	: probabilitas transisi <i>state</i> $i$ ke <i>state</i> $j$
$c_m$	: konstanta pada solusi umum persamaan <i>difference</i> , untuk $m=1,2$
$t$	: waktu
$y_t$	: persamaan <i>difference</i> nonhomogen, untuk $t=0,1,2,\dots$
$x_t$	: persamaan <i>difference</i> homogen, untuk $t=0,1,2,\dots$
$a$	: parameter dari persamaan <i>difference</i>
$b$	: konstanta dari persamaan <i>difference</i>
$y^*$	: nilai <i>steady state</i> dari persamaan <i>difference</i>